RIMS 研究集会
「解析的整数論とその周辺 – 近似と漸近的手法を通して見た数論」
講演アブストラクト

RIMS Conference
“Analytic Number Theory – Number Theory through Approximation and Asymptotics”
Abstracts of the talks

10 月 29 日

赤塚 広隆 (Hirotaka Akatsuka)
臨界線上におけるリーマンゼータ関数のオイラー積の挙動について

K. Conrad(2005) は適当な L 関数のクラスに対し, 臨界線上のある点 s_0 でオイラー積が条件収束するならば, 収束値は L 関数の s_0 における値を用いて書けることを証明した. 例えば, 二次のディリクレ指標に付随する L 関数の場合, オイラー積が $s = 1/2$ で条件収束しているならば, L 関数の $1/2$ の値に $\sqrt{2}$ を掛けたものに収束することを示している. また, Conrad は, 臨界線上で条件収束することと, 素数分布に関するある条件の成立が必要十分であることを証明している.

本講演では, 臨界線上におけるリーマンゼータ関数のオイラー積の挙動について考察を行う. リーマンゼータ関数は $s = 1$ に極が存在するため, 臨界線上ではオイラー積は条件収束しないことが分かる. 本講演では, リーマンゼータ関数のオイラー積について, Conrad の条件収束に関する結果の対応物を漸近挙動の形で定式化する. また, 漸近挙動を支持する数値計算例も紹介したい.

若狭 尊裕 (Takahiro Wakasa)
The explicit upper bound of the multiple integral of $S(t)$ on the Riemann Hypothesis

We prove explicit upper bounds of the function $S_m(t)$, defined by the repeated integration of the argument of the Riemann zeta-function. The explicit upper bound of $S(t)$ and $S_1(t)$ have already been obtained by A. Fujii. Our result is a generalization of Fujii’s results.

松岡謙晶 (Kaneaki Matsuoka)
On the higher derivatives of $Z(t)$ associated with the Riemann Zeta-Function

$Z(t)$ を Riemann ゼータ関数の臨界線の解析で用いられる Hardy 関数とする. Riemann 予想を仮定すると十分大きなところでは $Z(t)$ の連続する零点の間にただひとつ $Z'(t)$ の零点が存在することがよく知られている. 1986 年 Anderson により Riemann 予想を仮定すると十分大きなところでは $Z'(t)$ ($Z(t)$ の一階導関数) の連続する零点の間にただひとつ $Z''(t)$ の零点が存在することが証明された. 今回の講演では全ての n 階導関数について成り立つことを講演する, すなわち, Riemann 予想を仮定すると全ての自然数 n に対してある t_n が存在して $t > t_n$ ならば $Z^{(n)}(t)$ の連続する零点の間にただひとつ $Z^{(n+1)}(t)$ の零点が存在する.

内山 成憲, 内田 幸寛 (Shigenori Uchiyama, Yukihiro Uchida)
暗号から数論へ – 代数曲線に関するいくつかのアルゴリズム –

Elliptic net と呼ばれる, 楕円曲線に関連する写像（等分多項式のある意味での一般化のようなもの）が数年前に提案された. これは, 楕円曲線に対する新しい arithmetic model を提供するもの

で, 暗号で有用なペアリング写像を効率よく計算するのに利用出来ることが知られている．一方で、数論アルゴリズム及び暗号への応用という観点から, これを超楕円曲線に付随した Jacobi 多様体上のペアリング写像計算に一般化出来ないか？という問題が自然に考えられる．本講演ではそれに対する一つの答えを与える.

松本 耕二, 津村 博文 (Kohji Matsumoto, Hirofumi Tsumura)
Mean value theorems for double zeta-functions

Euler 型の二重ゼータ関数の二乗平均の漸近公式を与える.

町出 智也 (Tomoya Machide)
Triple zeta values and asymptotic properties of triple polylogarithms

多重ポリロガリズムの漸近展開は多重ゼータ値を係数とする多項式で表せることが知られています．本講演では, 3 重ポリロガリズムの等式と漸近展開から, パラメータ付き和公式, 重み付き和公式, 制限和公式と呼ばれる 3 重ゼータ値の様々な公式を導きます.

宮崎 隆史 (Takafumi Miyazaki)
指数型ディオファントス方程式における Jesmanowicz 予想の類似問題について

固定された 1 より大の互いに素な自然数 a, b, c に対して, 指数型ディオファントス方程式 $a^x + b^y = c^z$ $(x, y, z$:自然数$)$ を考える．この分野の有名な未解決問題として, 1956 年に Jesmanowicz によって提起されたピタゴラス数に関するものがある．すなわち, $a^2 + b^2 = c^2$ の場合に, 方程式 $a^x + b^y = c^z$ $(x, y, z$:自然数$)$ はただ一つの解 $x = y = z = 2$ を持つ．本講演では, この問題の類似問題を考え, それについて得られた結果を紹介する.

山田 智宏 (Tomohiro Yamada)
The simultaneous equations $\sigma(2^a) = p_1^{e_1} p_2^{e_2}, \sigma(3^b) = p_1^{f_1} p_2^{f_2}, \sigma(5^c) = p_1^{g_1} p_2^{g_2}$

We shall find all solutions of the simultaneous equations $\sigma(2^a) = p_1^{e_1} p_2^{e_2}, \sigma(3^b) = p_1^{f_1} p_2^{f_2}, \sigma(5^c) = p_1^{g_1} p_2^{g_2}$ in nonnegative integers a, b, c, e_i, f_i, g_i and primes p_1, p_2.

10 月 30 日

金子 元 (Hajime Kaneko)
Arithmetical properties of real numbers with low density of nonzero digits

Borel conjectured that all algebraic irrational numbers are normal in any integral base. If Borel's conjecture is true, then any positive irrational numbers with low density of nonzero digits are transcendental. In this talk, we discuss arithmetical properties of such real numbers.

田中 孝明 (Takaaki Tanaka)
Algebraic independence of the values of certain infinite products and their derivatives related to Fibonacci and Lucas numbers (a joint work with Takeshi Kurosawa (Tokyo Univ. Science) and Yohei Tachiya (Hirosaki Univ.))

フィボナッチ数列およびルカ数列の, 等比数列に対応する部分列を零点としてもつ無限積とその逐次導関数の, 代数点における値の代数的独立性を証明した．証明の方法は, 該当する関数値を

Mahler 関数の特殊値として表現することにより, ある種の関数方程式が有理関数解をもたないことを示す問題に帰着させるというものである. この問題を, 有理関数の極を精密に観察することにより解決した.

YoungJu Choie
Schubert Eisenstein series (a joint work with Daniel Bump)

We define Schubert Eisenstein series. They are generally not fully automorphic. We will develop some results and methods for $GL(3)$ that may be suggestive about the general case. In particular at the point where the full Eisenstein series is maximally polar, they unexpectedly become (with minor correction terms added) fully automorphic and related to each other. This is a joint work with D. Bump

小松 尚夫 (Takao Komatsu)
Poly-Cauchy numbers and poly-Bernoulli numbers

Several relations and similarities and generalizations between poly-Cauchy numbers introduced by T. Komatsu and poly-Bernoulli numbers itroduced by M. Kaneko are shown.

塩川 宇賢 (Iekata Shiokawa)
Algebraic independence of values of exponential type power series

Let $q \geq 3$ be an integer and let $\alpha \neq 0$ be an algebraic number. Then any $\varphi(q)$ numbers in the set

$$\left\{ \sum_{\substack{n=0 \\ n \equiv r (\mathrm{mod}\ q)}}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} \;\middle|\; r = 0, 1, \cdots, q-1 \right\}$$

an algebraically independent over $\mathbf{Q}$, where $\varphi(q)$ is Euler's totient. Similar results are also obtained for the values of the series $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n / n!$ with various kinds of coefficients $\{a_n\}$. Our proofs rely on Lindemann-Weierstrass theorem.

Kálmán Liptai
a, b-types balancing numbers

A positive integer n is called a balancing number if

$$1 + 2 + \cdots + (n-1) = (n+1) + (n+2) + \cdots + (n+r)$$

for some positive integer r. We study some generalizations of balancing numbers which are called (a, b)-type balancing numbers or (k, l)-power numerical center. We give effective finiteness theorems for the polynomial values of (a, b)-balancing numbers. Specially, we investigate the power values of (a, b)-type balancing numbers. Moreover, we give effective finiteness theorem for combinatorial numbers in (a, b)-type balancing numbers. We have proved several effective and ineffective finiteness results for (k, l)-power numerical centers.

鈴木 正俊 (Masatoshi Suzuki)
自己相反多項式の零点と微分方程式

実数係数の自己相反多項式の零点が全て単位円周上にあるような係数の必要十分条件を, その多項式に対応するある線型微分方程式の系を構成することにより与える. より詳しくは, その微分方程式の系から, 自己相反多項式の次数と同数の実数から成るある実数の組を定め, その要素の符号条件によって, もとの自己相反多項式の零点が全て単位円上にあるか否かを判定する.

野田 工 (Takumi Noda)
A certain double series in aerodynamic interference calculations

In 1949, F. W. J. Olver established a transformation which converts a certain slowly convergent series into a rapidly convergent and easily computable form. The original (double) series occurs in aerodynamic interference calculations, and its numerical estimates have some practical importance. In this talk, we revisit this double series and try to show their transformation properties by using Mellin-Barnes type integrals.

池田 創一 (Soichi Ikeda)
A new construction of the real numbers with alternating series

A. Knopfmacher と J. Knopfmacher は実数の級数表示や無限積表示を用いて実数を構成した. 私は彼らの交代級数を用いた方法を一般化することで, 新しい実数の構成法を得ることができた. それを以下のように説明する.

1. Knopfmacher らが用いた交代級数よりも一般的な交代級数を定義し, それが彼らの用いた級数と同様の良い性質を持つことを示す.

2. 1 で定義した級数によっても実数が構成できることを示す. この手順は Knopfmacher らの手順と似ているが, 実数の演算に関する諸性質の証明は一般的な補題に基づく. この補題は Knopfmacher らの構成法においても利用できると思われる.

10 月 31 日

石川 秀明 (Hideaki Ishikawa)
On some properties of Dirichlet series on a domain where it is divergent

複素数の値をとる数列 $a(n)$ を考える. このとき

$$A(x)=\sum_{n\leq x}a(n)$$

の挙動とディリクレ級数

$$F(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a(n)}{n^s}$$

の解析的性質は密接に関係している. $F(s)$ が収束軸を超えて解析接続可能なとき, 接続された領域において $F(s)$ は様々な解析的性質をもっている. その性質と同値な条件を $A(x)$ の観点から述べることはできるか？という問題設定を考えてみる. $F(s)$ が関数等式を持つような状況についての研究は多くの結果があるが, ここでは $F(s)$ には関数等式のような強い条件は仮定しないこ

とにする. $F(s)$ に仮定する解析的性質はなるべく弱い条件を設定し, 応じて得られる $A(x)$ についての性質を求めていく. またその逆も論じる. $A(x)$ にいくつかの弱い条件を仮定し, 応じて得られる $F(s)$ の解析的性質を求めていく. 本講演では最近得られた幾つかの結果を紹介したい.

桂田 昌紀 (Masanori Katsurada)

Hypergeometric-type generating functions of several variables associated with the Lerch zeta-function

We introduce a certain new class of the generating functions of Lauricella hypegeometric-type (in several variables), asssociated with the Lerch zeta-function, and discuss several of their analytic properties. It will especially be focused on: i) their analytic continuations; ii) complete asymptotic expansions in terms of their parameters; iii) evaluations in closed form for their specific values at integer arguments. Further applications will also be given.

(本講演において，Lerch ゼータ関数に付随した，Lauricella (多変数) 超幾何関数型母関数の新たなクラスを導入する．講演の中で，それらの母関数の種々の性質に触れるが，とりわけ，i) 解析接続；ii) パラメタに関する完全漸近展開；iii) 整数点における閉じた形の明示的表示，を中心に述べたい．これらの母関数のさらなる応用についても触れる予定である．)

Andrew Booker

Detecting squarefree numbers

I will describe an algorithm, based on L-functions, for proving that a given integer is squarefree without factoring it. I will analyze the complexity of the algorithm and present some numerical results. This is joint work with my Bristol colleagues Ghaith Hiary and Jon Keating.

小野塚 友一 (Tomokazu Onozuka)

The asymptotic behavior of multiple zeta functions at non-positive integers

非正の整数点は多くの場合多重ゼータ関数の特異点となっている. よってそこでは多重ゼータ関数の値は定義されず調べることはできない. しかし, その近傍での振る舞いは調べることができる. 今回は多重ゼータ関数の非正の整数点の近傍における漸近的挙動について私の得た結果を講演する予定である.

岡本 卓也 (Takuya Okamoto)

Parity result on the partial Mordell-Tornheim double zeta-function

リーマンゼータ関数の正の偶数点での値がベルヌーイ数と π の偶数乗で表せるという結果の多重ゼータ関数への拡張を "Parity result" と言う. 本講演では 2 重の部分 Mordell-Tornheim 型のゼータ関数 (2 重の Mordell-Tornheim 型のゼータ関数の和に合同条件を付けた関数) の "Parity result" に関する結果を紹介する.

中村 隆 (Takashi Nakamura)

Multidimensional zeta distributions and infinite divisibility (a joint work with Takahiro Aoyama (Tokyo Univ. Science))

The class of Riemann zeta distribution introduced by Khinchine is one of the classical classes of probability distributions on $\mathbb{R}$. In this talk, we consider multivariable Euler products to introduce zeta distributions on $\mathbb{R}^d$, and the infinite divisibility of them are studied. By applying the first Kronecker's approximation theorem, we give necessary and sufficient conditions for multiple zeta functions to generate compound Poisson characteristic functions which generalize the Riemann zeta distribution to $\mathbb{R}^d$-valued.

浜畑 芳紀 (Yoshinori Hamahata)
Continued fractions and Dedekind sums for function fields

Dedekind 和は Dedekind のエータ関数の変換公式の研究の過程で発見され, 相互法則が証明された. この和が有理数であることはよく知られているが, D. Hickerson は実数体で稠密に分布していることを証明した. 本講演では, 関数体上で Dedekind 和を定義して, 相互法則を示す. 次に, Dedekind 和の値に対し連分数を使った表示式を与える. 最後に, Dedekind 和の値は, $\mathbf{F}_q(T)$ に属し, $\mathbf{F}_q((1/T))$ の中で稠密に分布すること (Hickerson の結果の類似) を示す.

– 以 上 –